

**Sveučilište u Zagrebu Geodetski fakultet
Zavod za Geomatiku
Primijenjena fizikalna geodezija**

Željko Hećimović

4. ZADATAK

Modeliranje geoida metodom kolokacije

Zagreb, 2005.

1. Uvod

Određivanje oblika Zemlje je jedan od osnovnih zadataka geodezije. Geoid je nivo ploha koja najbolje opisuje oblik Zemlje. Globalni geoidi koji se dobiju na osnovu globalnih geopotencijalnih modela su uglačani i njihova pouzdanost nije zadovoljavajuća za zahtjevna radove koji se javljaju u geodeziji. Da bi dobili vjerniji model polja ubrzanja sile teže modelira se regionalni ili lokalni geoid.

Ciljevi zadatka su:

- upoznati se s kolokacijom kao metodom za modeliranje polja ubrzanja sile teže,
- upoznati se s ulaznim veličinama,
- ovladati *remove-restore* postupkom,
- ovladati modeliranjem funkcije kovarijance,
- ovladavanje praktičnim računanjem lokalnog modela geoida metodom kolokacije,
- dobiti uvid u detaljnu strukturu lokalnog modela geoida na sjevero-istoku Hrvatske,
- u javnom seminaru, na vježbama, studenti trebaju steći iskustvo u predstavljanju svog rada i interpretaciji fizikalnih rezultata.

2. Kolokacija po metodi najmanjih kvadrata

Teoriju kolokacije po metodi najmanjih kvadrata za primjenu u geodeziji razvio je T. Krarup krajem šezdesetih godina (Krarup 1969), a dalje teorijski i numerički obradio H. Moritz početkom sedamdesetih godina (Moritz 1973). C. C. Tcherning je razvojem programa GEOCOL teorijski problem sveo na numerički i omogućio širem krugu korisnika praktičku primjenu metode kolokacije u području fizikalne geodezije (Tcherning 1974). Primjenom ovog računalnog programa artikulirani su i riješeni mnogi praktični problemi modeliranja polja ubrzanja sile teže.

Kolokacija po metodi najmanjih kvadrata je generalizirana metoda izjednačenja koja kombinira izjednačenje, filtriranje i predikciju. Jednadžbe mjerenja po metodi kolokacije mogu se prikazati pomoću izraza (Moritz 1980)

$$\mathbf{l} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (1)$$

Pri čemu je \mathbf{l} vektor mjerenja, \mathbf{n} vektor šuma, \mathbf{A} matrica koeficijenata, \mathbf{x} vektor nepoznatih parametara, \mathbf{s} vektor signala mjerenih vrijednosti. Kolokacija po metodi najmanjih kvadrata zadovoljava uvijek minimalne norme

$$\mathbf{s}^T \mathbf{C}_{ss}^{-1} \mathbf{s} + \mathbf{n}^T \mathbf{C}_{nn}^{-1} \mathbf{n} = \min \quad (2)$$

gdje je \mathbf{C}_{ss} matrica kovarijanci signala i \mathbf{C}_{nn} matrica kovarijanci šuma. Veličine koje se modeliraju ne smiju imati koreliran signal i šum jer to može biti uzrok numeričkoj nestabilnosti problema. Rješenja primjenom metode kolokacije se dobiju pomoću izraza

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{l}, \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = \mathbf{C}_{nn} \mathbf{C}_{ll}^{-1} (\mathbf{l} - \mathbf{A} \mathbf{x}), \quad (4)$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}_{sx} \mathbf{C}_{ll}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{A} \mathbf{x}) \quad (5)$$

gdje je \mathbf{C}_{ll} matrica kovarijanci mjerenja, a \mathbf{C}_{sx} matrica kroskovarijanci signala i nepoznanica. Da bi metodom kolokacije mogli provesti predikciju moramo imati poznatu matricu kovarijance (funkciju) koja povezuje mjerene vrijednosti \mathbf{l} i predicirane vrijednosti \mathbf{s} . Funkcija kovarijance definira zakonitost ponašanja signala na osnovu mjerenih veličina.

Jedna od značajnih karakteristika metode kolokacije je da pomoću nje možemo dobiti procjenu kvalitete dobivenih veličina \mathbf{x} i \mathbf{s} . Pri tome se koriste matrice kovarijanci pogrešaka

$$\mathbf{E}_{xx} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{A})^{-1}, \quad (6)$$

$$\mathbf{E}_{ss} = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{xs} \mathbf{C}_{ll}^{-1} (\mathbf{I} - \mathbf{A} (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1}) \mathbf{C}_{xs}, \quad (7)$$

$$\mathbf{E}_{xs} = - (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_{ll}^{-1} \mathbf{C}_{xs}. \quad (8)$$

Varijance pogrešaka izjednačenih veličina \mathbf{x} i \mathbf{s} su dijagonalni članovi matrica \mathbf{E}_{xx} i \mathbf{E}_{ss} .

3. Ulazne veličine za modeliranje geoida

Kolokacijom po metodi najmanjih kvadrata se modelira polja ubrzanja sile teže primjenom raznovrsnih geodetskih mjerenja (anomalije ubrzanja sile teže, otklone vertikalna, undulacije geoida, gradijenti ubrzanja sile teže, koeficijenti sfernih harmonika i dr.) u jedinstvenom matematičkom modelu. Pri tome se koristi poremećajni potencijal kao jedinstvena veličina. Svojstva poremećajnog potencijala kao veličine za modeliranje polja ubrzanja sile teže su:

- raznovrsne ulazne veličine se mogu izraziti kao funkcionali poremećajnog potencijala te se dobiva jedinstvena veličina za modeliranje,
- zadovoljava Laplaceovu diferencijalnu jednadžbu i harmonična je funkcija,
- manji je od realnog potencijala te se modelira manji signal koji je bliži uvjetu linearnosti i mogu se primijeniti linearni matematički izrazi.

Ulazne veličine (undulacije, anomalije, komponente otklona vertikalna) mogu se prikazati kao linearni funkcionali poremećajnog potencijala pomoću izraza

$$N = \frac{T}{\gamma}, \quad (9)$$

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial r} - \frac{2}{r} T, \quad (10)$$

$$\xi = \frac{1}{r\gamma} \frac{\partial T}{\partial \varphi}, \quad (11)$$

$$\eta = -\frac{1}{r\gamma \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda}. \quad (12)$$

Na taj način su raznovrsna mjerenja zamijenjena poremećajnim potencijalom kao jedinstvenom veličinom za modeliranje. Zbog toga se funkcija kovarijance modelira samo za

poremećajni potencijal i ona se može smatrati kao općenita veličina modeliranja. Poremećajni potencijal dobijemo razlikom potencijala realnog polja ubrzanja sile teže W i normalnog potencijala U u točki P

$$T_p = W_p - U_p \quad (13)$$

Poremećajni potencijal je harmonična funkcija i zadovoljava izraz

$$\Delta T = 0 \quad (14)$$

gdje je Δ Laplace operator.

Kolokacija koristi svojstva poremećajnog potencijala i računa konzistentnu funkciju kovarijance na osnovi poremećajnog potencijala koristeći sve raspoložive podatke.

Primjenom kolokacije se za svako mjerenje formira jednažba, a to često ima za posljedicu dobivanja velikog sistema jednažbi. Zbog toga kolokacija ima velike zahtjeve na *hardware* računala (RAM i brzinu računala).

4. *Remove-restore* postupak

Primjenom *remove-restore* postupka se u postupku modeliranja iz mjerenih veličina odstranjuju (*remove*) dugovalni i kratkovalni dijelovi polja ubrzanja sile teže, a nakon obrade se oni vraćaju (*restore*). Dugovalni dio se odstranjuje primjenom globalnog geopotencijalnog modela (GPM), a kratkovalni primjenom *Residual Terrain Modell* (RTM). Na taj način je signal koji se modelira umanjen, a numerički problemi pojednostavljen. Na taj način se još bolje zadovoljava uvjet da su mjerene veličine **linearne funkcije** poremećajnog potencijala. Mjerna veličina se može predstaviti kao linearne funkcionalne $L_i(T)$ poremećajnog potencijala T . S obzirom na *remove-restore* postupak poremećajni potencijal se može rastaviti pomoću izraza

$$L_i(T) = L_i(T_{GPM}) + L_i(T_M) + L_i(T_{RTM}). \quad (15)$$

Član na lijevoj strani $L_i(T)$ predstavlja linearne funkcionalne poremećajnog potencijala (anomalije, GPS/nivelmanske undulacije, komponente otklona vertikala) u cijelom iznosu, a na desnoj strani su linearne funkcionali poremećajnog potencijala rastavljeni na dugovalni, srednjevalni i kratkovalni dio.

RTM se računa primjenom glatke površina na srednjoj visini terena područja za koje se provodi modeliranje, te se od te površine računaju utjecaji terena. Kako su razlike terena od glatke površine male, to je i RTM utjecaj mala veličina.

Na osnovu mjerenih veličina dobiju se undulacije geoida, anomalije ubrzanja sile teže i komponente otklona vertikala. One se rastavljaju na dugovalni (GPM), srednjevalni (M) i kratkovalni (RTM) dio polja ubrzanja sile teže pomoću izraza

$$N_{GPS} = N_{GPM} + N_M + N_{RTM}, \quad (16a)$$

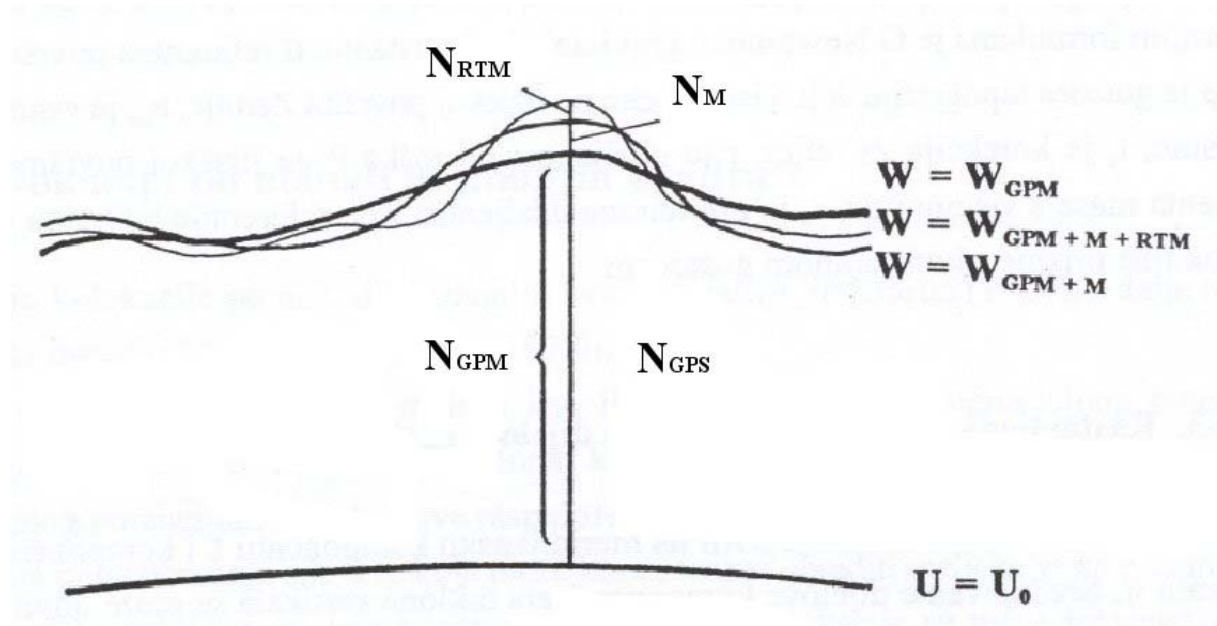
$$\Delta g = \Delta g_{GPM} + \Delta g_M + \Delta g_{RTM}, \quad (16b)$$

$$\xi = \xi_{GPM} + \xi_M + \xi_{RTM}, \quad (16c)$$

$$\eta = \eta_{\text{GPM}} + \eta_{\text{M}} + \eta_{\text{RTM}}. \quad (16d)$$

Prilikom numeričke obrade će se koristiti undulacije dobivene na osnovu GPS/nivelmanskijh mjerenja te će se dalje u tekstu koristiti termin GPS/nivelmanske undulacije. Na slici 1 je predstavljeno rastavljanje GPS/nivelmanske undulacije N_{GPS} na:

- dugovalni dio polja ubrzanja sile teže N_{GPM} , definiran GPM-om,
- kratkovalni dio polja ubrzanja sile teže N_{RTM} , definiran RTM-om,
- srednjevalni dio polja ubrzanja sile teže N_{M} koji se modelira.



Slika 1. Rastavljanje GPS/nivelmanske undulacije na dijelove polja ubrzanja sile teže.

GPM geoid (W_{GPM}) je uglačan. Globalni geoid s dodanim srednjevalnim dijelom ($W_{\text{GPM}+\text{M}}$) je nemirnija ploha, a globalni geoid s srednjevalnim i kratkovalnim dijelom ($W_{\text{GPM}+\text{M}+\text{RTM}}$) je nemirna ploha koja sadrži sve dijelove polja ubrzanja sile teže. Nakon oduzimanja (*remove*) dugovalnih i kratkovalnih dijelova polja ubrzanja sile teže dobiju se veličine za modeliranje u srednjevalnom području polja ubrzanja sile teže. Nakon modeliranja se dugovalni i kratkovalni dijelovi ponovno dodaju modeliranom, srednjevalnom dijelom (*restore*). Prednost *remove-restore* postupka jest u tome da se modelira manji i uglačeniji signal tako da se postiže veća točnost predikcije željenog signala.

GEOCOL automatski oduzima dugovalni dio polja ubrzanja sile teže iz ulaznih veličina na osnovu zadanog GPM-a. Zbog toga dugovalni dio ne treba posebnom obradom odstraniti (*remove*) prije izvođenja programa. Međutim, kratkovalni dio polja ubrzanja sile teže treba odstraniti (*remove*) iz svakog mjerenja posebnom obradom prije izvođenja GEOCOL programa. Na osnovu datoteka modela reljefa i prema postupcima iz prethodnog zadatka treba izračunati utjecaj RTM-a za svaku točku s ulaznim veličinama. Za svaku točku s GPS/nivelmanskijh undulacijama računa se RTM-undulacija, za svaku točku s anomalijama ubrzanja sile teže računa se RTM-anomalija i za svaku točku s komponentama otklona vertikala računaju se RTM-komponente otklona vertikala.

Nakon modeliranja, GEOCOL programom, se dugovalni dio automatski dodaje na modeliranu vrijednost (*restore*). Međutim, kratkovalni dio se mora dodati (*restore*) u

posebnom postupku jednostavnim algebarskim zbrajanjem. Na osnovu datoteka modela reljefa i prema postupcima iz prethodnog zadatka treba izračunati utjecaj RTM-a na undulacije geoida za pravilno polje točaka za koje se predviđane undulacije GEOCOL programom. Undulacijama geoida koje su rezultat modeliranja iz GEOCOL programa (one sadrže srednjevalni i dugovalni dio polja ubrzanja sile teže) treba algebarski zbrojiti kratkovalni RTM utjecaj. Prilikom (*restor*) postupka treba paziti da se RTM utjecaj računa za iste točke za koje je GEOCOL predviđao vrijednosti.

5. Modeliranje funkcije kovarijance

Kolokacija po metodi najmanjih kvadrata omogućuje modeliranje raznovrsnih podataka polja ubrzanja sile teže u jedinstvenom modelu. Pri tome funkcija kovarijance ima centralnu ulogu. Funkcija kovarijance definira statističko ponašanje polja ubrzanja sile teže. Ona definira matematičku zakonitost po kojoj se ponašaju ulazne (mjerene) veličine. Primjenom te zakonitosti se predviđaju vrijednosti (undulacije geoida, anomalije, otkolni vertikalna i dr.) u proizvoljnim točkama. Poremećajni potencijal T može se promatrati kao stohastički proces na kugli sa srednjom vrijednosti nula. Funkcija kovarijance je srednja vrijednost svih produkata poremećajnog potencijala T_P i T_Q za sfernu udaljenost ψ između točaka P i Q

$$\text{cov} \{T_P T_Q, \psi\} = M \{T_P T_Q\} \psi. \quad (17)$$

Ovdje je M operator srednje vrijednosti preko cijele kugle i svih azimuta. Funkcija kovarijance poremećajnog potencijala $K(P, Q)$ može se predstaviti na površini kugle s pomoću razvoja u red po sfernim funkcijama

$$M \{T_P T_Q\}_{\psi} = K(P, Q) = K(\psi) = \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 P_l(\cos \psi). \quad (18)$$

Pritom su $P_l(\cos \psi)$ Legendrovi polinomi, ψ je sferna udaljenost, a σ_l^2 su stupanjske varijance modela. Razvoj funkcije kovarijance u prostoru ima oblik

$$K(\psi) = \sum_{l=2}^{\infty} \sigma_l^2 \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi). \quad (19)$$

Pri čemu je R radijus kugle (srednji radijus Zemlje), a r_P i r_Q su geocentričke udaljenosti točaka P i Q .

Primjenom *remove-restore* postupka polje ubrzanja sile teže se rastavlja na dugovalni, srednjevalni i kratkovalni dio. U tom slučaju se i funkcija kovarijance sastoji od tri dijela. Kako se *remove-restore* postupkom dugovalni i kratkovalni dijelovi eliminiraju i modelira samo srednjevalni dio, funkcija kovarijance će se sastojati od kovarijanc funkcije signala srednjevalnog područja i kovarijanc funkcija pogreška ostalih dijelova i ima oblik

$$\text{cov}(\psi) = \text{cov}_M(\psi) + \text{cov}_{GPM}^{ERR}(\psi) + \text{cov}_{RTM}^{ERR}(\psi) \quad (20)$$

gdje je $\text{cov}_M(\psi)$ je funkcija kovarijance signala u srednjevalnom dijelu polja ubrzanja sile teže, $\text{cov}_{GPM}^{ERR}(\psi)$ funkcija kovarijance pogrešaka globalnog kuglinog modela, i

$\text{cov}_{\text{RTM}}^{\text{ERR}}(\psi)$ funkcija kovarijance pogrešaka rezidualnog modela terena. Kovarijanc funkciju za poremećajni potencijal u razvijenom obliku dobijemo pomoću izraza (Tscherning 1974)

$$\begin{aligned} \text{cov}(\psi) \equiv K(\psi) &= \sum_{l=2}^n a \cdot \sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{GPM}}(\varepsilon_T, \varepsilon_T) \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) + \\ &+ \sum_{l=l_2+1}^{n_2} \sigma_l^{2M}(T, T) \left(\frac{R_B^2}{r_P r_Q} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi) + \\ &+ \sum_{l=l_2+1}^{\infty} \sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{RTM}}(\varepsilon_T, \varepsilon_T) \left(\frac{R^2}{r_P r_Q} \right)^{l+1} P_l(\cos \psi). \end{aligned} \quad (21)$$

Gdje je $\sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{GPM}}(\varepsilon_T, \varepsilon_T)$ stupanjska varijanca pogrešaka globalnog kuglinog modela, R srednji radijus Zemlje, $\sigma_l^{2M}(T, T)$ stupanjske varijance signala u srednjevalnom području, R_B radijus Bjerhammarove sfere, $\sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{RTM}}(\varepsilon_T, \varepsilon_T)$ stupanjske varijance pogrešaka poremećajnog potencijala RTM-a i a faktor mjerila za stupanjske varijance globalnog kuglinog modela.

Da bi se procijenio $\sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{RTM}}$ moraju biti na raspolaganju bar dva modela terena ili se moraju provesti specijalna ispitivanja odnosa pogrešaka RTM-a. Najčešće nije poznata pogreška modela terena, tako da se uzima $\sigma_l^{2\text{ERR}}{}_{\text{RTM}} = 0$.

U kolokaciji po metodi najmanjih kvadrata aproksimiramo vanjski Zemljin potencijal ubrzanja sile teže s obzirom na sferu koja sasvim leži u unutrašnjosti Zemlje. Tu sferu nazivamo Bjerhammarova sfera.

Prilikom modeliranja lokalnog polja ubrzanja sile teže funkcija kovarijance za lokalno područje mora zadovoljiti teorijske uvjete globalne funkcije kovarijance. U programu je moguće odabrati tri modela funkcije kovarijance. Oni su definirani modelom stupanjske varijance anomalija ubrzanja sile teže. Tri modela stupanjske varijance koji se mogu koristiti u GEOCOL programu su

$$\sigma_l(\Delta g, \Delta g) = \frac{A_1(l-1)}{l}, \quad l > l \geq 1, \quad (22a)$$

$$\sigma_l(\Delta g, \Delta g) = \frac{A_2(l-1)}{l-2}, \quad l > l \geq 2, \quad (22b)$$

$$\sigma_l(\Delta g, \Delta g) = \frac{A_3(l-1)}{(l-2)(l+B)}, \quad l > l \geq 2. \quad (22c)$$

U gornjim izrazima su A_i ($i = 1, 2, 3$) konstante u miligalima, a B je pozitivna cjelobrojna vrijednost.

6. Programa GEOCOL za matematičke i statističke metode fizikalne geodezije

Program GEOCOL su počeli razvijati početkom sedamdesetih godina na Geodetskom institutu u Danskoj, a kasnije na Kort og Martikelstyrelsen (Nacionalni premjer i katastar) i Geofizičkom institutu Sveučilišta u Kopenhagenu u Danskoj. Godine 1988. odlučeno je da se postojeći programi za modeliranje polja ubrzanja sile teže objedine u jedinstveni programski paket pod nazivom GRAVSOFIT. Program GEOCOL je jedan od najstarijih i najvažnijih dijelova programskog paketa GRAVSOFIT. Od svog pojavljivanja program je doživio više proširivanja. Program je namijenjen za regionalno i lokalno modeliranje polja ubrzanja sile teže primjenom metode kolokacije po najmanjim kvadratima. Razvijen je u programskom jeziku FORTRAN.

Program GEOCOL se može koristiti za: modeliranje polja ubrzanja sile teže, razvoj redova sfernih harmonika, transformaciju između datuma, računanje stupanjke varijance i dr. Pri tome se kao ulazne veličine mogu koristiti sferni harmonijski koeficijenti, anomalije ubrzanja sile teže, komponente otklona vertikalna, undulacije geoida, prve i druge derivacije poremećajnog potencijala i razlike koordinata za transformaciju datuma.

6.1 Korištenje GEOCOL programa

Za rad s programom GEOCOL mora se prirediti više ulaznih datoteka. Najvažnija ulazna datoteka je datoteka ulaznih parametara za izvođenje programa. Ulazne mjerene veličine mogu biti koeficijenti potencijala ubrzanja sile teže, srednje ili točkaste vrijednosti anomalija ubrzanja sile teže [mGal], komponente otklona vertikalna ["], visinske anomalije [m] i gradijenti ubrzanja sile teže [E.U.]. Svaka od ulaznih datoteka je u nastavku zasebno opisana. Program se izvodi u DOS okruženju zadavanjem naredbe:

```
c:\>geocol.exe < inpjob.txt
```

gdje je inpjob.txt ASCII datoteka s ulaznim parametrima.

6.2 Opis ulaznih parametara za izvođenje GEOCOL programa

Program GEOCOL omogućava više mogućnosti računanja koje se definiraju odabirom ulaznih parametara. Zadavanje ulaznih parametara za izvođenje GEOCOL programa je najvažniji dio primjene programa. Njime se definiraju ulazni podaci, postupak modeliranja i izlazne veličine. Zadavanje ulaznih parametara je opsežan posao čemu je uzrok prvenstveno mnogostruka mogućnost primjene programa. Zbog toga postupku zadavanja ulaznih parametara treba posvetiti punu pažnju, a to je naročito zahtjevno za početnike. Opis najvažnijih ulaznih parametara:

F - interaktivan status izvršenja programa.

F T F F F F T - logičke varijable

- 1) transformacija podataka iz lokalnog u geocentrički sustav. «T» ako se koristi ne standardni referentni okvir,
- 2) koeficijenti potencijala globalnog modela kao prva mjerenja,
- 3) izlaz test podataka. «T» ako želimo test izlaz,

- 4) ispis legende tabela na jedinicu broj 6,
- 5) određivanje parametara sustavnog ili datumskog utjecaja,
- 6) svi kolokacijski koraci će biti izvršeni, tj. bez unošenja parametara kovarijanc funkcije,
- 7) ispis ulaznih parametara, mjerenja i rješenja na jedinicu 17, tako da se rješenje može obnoviti ili zapisati ili pročitati kovarijanc funkciju i rješenje u binarnoj formi. Ako je zadano «T» slijedi unos 5 logičkih varijabli u slijedeći red. «T» koristimo ako je rješenje prethodno spremljeno.

T F F F F - logičke varijable:

- 1) zapis restart fajla na jedinicu 17,
- 2) zapis koeficijenata potencijala u binarnom obliku na jedinicu 3,
- 3) zapis parametara funkcije kovarijance u binarnom obliku,
- 4) ispis rješenja u binarnom obliku,
- 5) ulazni katalog parametara kovarijanc funkcije.

RESTART - naziv izlazne restart datoteke, na jedinici 17.

NORM - ime fajla u kojem će biti pohranjena matrica normalnih jednadžbi.

5 - izbor globalnog referentnog okvira:

- 1) za «0» – parametri se unose,
- 2) za «4» - GRS 1967,
- 3) za «5» - GRS 1980,
- 4) za «7» - trenutno najbolji sustav.

EGM96 - naziv korištenog globalnog geopotencijalnog modela.

3.986005E+14 6378137.0 -484.165372 360 F F T F - konstante modela:

- 1) geocentrična konstanta (GM) [m^3/s^2],
- 2) velika poluos elipsoida (a) [m],
- 3) koeficijent C(2,0) pomnožen s 1.0D6. Ovaj parametar se koristi jer koeficijent C(2,0) GPM-a nije kompatibilan s standardnim formatom,
- 4) maksimalni red i stupanj razvoja GPM-a,
- 5) ako je «T» unose se potpuno normalizirani koeficijenti,
- 6) ako je «T» unos podataka u binarnom obliku,
- 7) ako je «T» format upisa koeficijenata GPM-a je zadan u slijedećem redu,
- 8) ako je «T» koeficijenti GPM-a su spremljeni kao cjelobrojne vrijednosti.

(214,2E20.13) - format zapisa koeficijenata GPM-a (EGM96).

EGM96.IN - ime datoteke koja sadrži koeficijente GPM-a.

2 - broj modela stupanjske varijance za stupanjske varijance veće od maksimalnog stupnja GPM-a. Može biti:

- 1) «1» za model $(A*(I-1)/I)$,
- 2) «2» za model $(A*(I-1)/((I-2)*(I+B)))$, gdje je B koeficijent modela stupanjske varijance koji se zadaje u sljedećem redu i najčešće iznosi 4,
- 3) «3» za model $(A*(I-1)/(I-2))$.

4 - koeficijent «B» 2. modela stupanjske varijance u prethodnom redu.

-6.061 162.03 360 T F F F - parametri stupanjske varijance:

- 1) dubina Bjerhamarove sfere [km],
- 2) varijanca točkastih anomalija ubrzanja sile teže na nultoj visini,
- 3) maksimalni stupanj razvoja modela stupanjske varijance,
- 4) «T» ako je empirijska stupanjska varijanca jednaka nuli,
- 5) «T» ako se koristi tabela vrijednost kovarijanci,
- 6) «T» ako se stupanjske varijance dobivaju skaliranjem stupanjske varijance pogrešaka dobivene na osnovu GPM-a,
- 7) «T» ako su tabele kovarijanci uzete s fiksnim visinama i funkcionalima.

1 2 3 3 4 5 0 2 5 350.0 T F F T F F T F F T - opis ulaznih podataka za anomalije ubrzanja sile teže:

- 1) stupac u kojem se nalaze nazivi točaka,
- 2) stupac u kojem se nalaze geodetske širine točaka,
- 3) stupac u kojem se nalaze geodetske duljine točaka,
- 4) definiranje jedinica za kutne veličine, 1 – stupnjevi, minute i sekunde, 2 – stupnjevi i minute, 3 – stupnjevi, 4 – gradi,
- 5) stupac s visinama u ulaznoj datoteci,
- 6) stupac s prvim mjerenjima u ulaznoj datoteci,
- 7) stupac s drugim mjerenjima u ulaznoj datoteci, ako ne postoje zadaje se «0»,
- 8) ulazne veličine: 1 – visinske anomalije, 2 – anomalije ubrzanje sile teže, 3 – meridijanska komponenta otklona vertikalna, 4 – komponenta otklona vertikalna u prvom vertikalu, 5 – par komponenti otklona vertikalna,
- 9) definira koordinatni sustav, za «0» – geocentrični sustav, «4» - GRS 1967, «5» – GRS 1980, «7» - trenutno najbolji sustav,
- 10) srednja visina točaka, koristi se kada nisu poznate pojedinačne visine točaka,
- 11) ispis mjerenja i prediciranih vrijednosti,
- 12) duljina je pozitivna prema zapadu,
- 13) predicirana ili mjerena veličina je srednja vrijednost anomalije ubrzanja sile teže,
- 14) sva mjerenja imaju istu standardnu devijaciju,
- 15) visine u kilometrima,
- 16) mjerenjima se dodaje aditivna i multiplikaciona konstanta. Samo za anomalije ubrzanja sile teže i gradijente,
- 17) statistika između razlika mjerenih i prediciranih vrijednosti će se ispisati,
- 18) samo podaci unutar zadanog područja će se koristiti,
- 19) varijabilni format se koristi za učitavanje podataka. Ako se zada "T" format se zadaje naknadno,
- 20) podaci će biti učitani iz datoteke.

anomali.in - naziv ulazne datoteke s anomalijama ubrzanja sile teže.

25 - broj izlazne jedinice za FORTRAN OPEN naredbu za ulaznu datoteku anomali.in.

anomali.out - ime izlazne datoteke za anomalije ubrzanja sile teže.

6.0 – veličina intervala razreda za histogram ulaznih anomalija.

5.0 - standardna devijacija anomalija ubrzanja sile teže [mGal].

F F – logičke varijable koje definiraju završetak unosa podataka:

- 1) «T» nema više mjerenih podataka,
- 2) «T» učitavanje već sračunate matrice normalnih jednadžbi.

1 2 3 3 4 5 0 1 5 350.0 T F F T F F T F F T - opis ulaza za GPS/nivelmanske undulacije:

- 1) stupac u kojem se nalaze nazivi točaka,
- 2) stupac u kojem se nalaze geodetske širine točaka,
- 3) stupac u kojem se nalaze geodetske duljine točaka,
- 4) definiranje jedinica za kutne veličine, 1 – stupnjevi, minute i sekunde, 2 – stupnjevi i minute, 3 – stupnjevi, 4 – gradi,
- 5) stupac s visinama u ulaznoj datoteci,
- 6) stupac s prvim mjerenjima u ulaznoj datoteci,
- 7) stupac s drugim mjerenjima u ulaznoj datoteci, ako ne postoje zadaje se «0»,
- 8) ulazne veličine: 1 – visinske anomalije, 2 – anomalije ubrzanje sile teže, 3 – meridijanska komponenta otklona vertikalna, 4 – komponenta otklona vertikalna u prvom vertikalu, 5 – par komponenti otklona vertikalna,
- 9) definira koordinatni sustav, za «0» – geocentrični sustav, «4» - GRS 1967, «5» – GRS 1980, «7» - trenutno najbolji sustav,

- 10) srednja visina točaka, koristi se kada nisu poznate visine točaka,
- 11) ispis mjerenja i prediciranih vrijednosti,
- 12) duljina je pozitivna prema zapadu,
- 13) predicirana ili mjerena veličina je srednja vrijednost anomalije ubrzanja sile teže,
- 14) sva mjerenja imaju istu standardnu devijaciju,
- 15) visine u kilometrima,
- 16) mjerenjima se dodaje aditivna i multiplikaciona konstanta. Samo za anomalije ubrzanja sile teže i gradijente,
- 17) statistika između razlika mjerenih i prediciranih vrijednosti će se ispisati,
- 18) samo podaci unutar zadanog područja će se koristiti
- 19) varijabilni format se koristi za učitavanje podataka. Ako se zada "T" format se zadaje naknadno,
- 20) podaci će biti učitani iz datoteke.

gps.in - naziv ulazne datoteke s GPS/nivelmanskim undulacijama.

26 - broj izlazne jedinice za FORTRAN OPEN naredbu za ulaznu datoteku gps.in.

gps.out - ime izlazne datoteke s GPS/nivelmanskim undulacijama.

0.1 – veličina intervala razreda za histogram ulaznih GPS/nivelmanskih undulacija.

0.03 - standardna devijacija GPS/nivelmanskih undulacija [m].

F F – logičke varijable koje definiraju završetak unosa podataka:

- 2) «T» nema više mjerenih podataka,
- 2) «T» učitavanje već sračunate matrice normalnih jednadžbi.

1 2 3 3 4 5 6 5 5 350.0 T F F F F F T F F T - opis ulaza za komponente otklona vertikalala:

- 1) stupac u kojem se nalaze nazivi točaka,
- 2) stupac u kojem se nalaze geodetske širine točaka,
- 3) stupac u kojem se nalaze geodetske duljine točaka,
- 4) definiranje jedinica za kutne veličine, 1 – stupnjevi, minute i sekunde, 2 – stupnjevi i minute, 3 – stupnjevi, 4 – gradi,
- 5) stupac s visinama u ulaznoj datoteci,
- 6) stupac s prvim mjerenjima u ulaznoj datoteci,
- 7) stupac s drugim mjerenjima u ulaznoj datoteci, ako ne postoje zadaje se «0»,
- 8) ulazne veličine: 1 – visinske anomalije, 2 – anomalije ubrzanje sile teže, 3 – meridijanska komponenta otklona vertikalala, 4 – komponenta otklona vertikalala u prvom vertikalalu, 5 – par komponenti otklona vertikalala,
- 9) definira koordinatni sustav, za «0» – geocentrični sustav, «4» - GRS 1967, «5» – GRS 1980, «7» - trenutno najbolji sustav,
- 10) srednja visina točaka, koristi se kada nisu poznate visine točaka,
- 11) ispis mjerenja i prediciranih vrijednosti,
- 12) duljina je pozitivna prema zapadu,
- 13) predicirana ili mjerena veličina je srednja vrijednost anomalije ubrzanja sile teže,
- 14) sva mjerenja imaju istu standardnu devijaciju,
- 15) visine u kilometrima,
- 16) mjerenjima se dodaje aditivna i multiplikaciona konstanta. Samo za anomalije ubrzanja sile teže i gradijente,
- 17) statistika između razlika mjerenih i prediciranih vrijednosti će se ispisati,
- 18) samo podaci unutar zadanog područja će se koristiti,
- 19) varijabilni format se koristi za učitavanje podataka. Ako se zada "T" format se zadaje naknadno,
- 20) podaci će biti učitani iz datoteke.

otkloni.in - ime izlazne datoteke s komponentama otklona vertikalala.

26 - broj izlazne jedinice za FORTRAN OPEN naredbu za ulaznu datoteku otkloni.dat.

otkloni.out - ime izlazne datoteke s komponentama otklona vertikala.

1.0 – veličina intervala razreda za histogram ulaznih komponenti otklona vertikala.

T F – logičke varijable koje definiraju završetak unosa podataka:

- 3) «T» nema više mjerenih podataka,
- 4) «T» učitavanje već sračunate matrice normalnih jednažbi.

F F – logičke varijable koje definiraju dali treba sračunati još koje kolokacijsko rješenje:

- 1) «T» još jedno kolokacijsko rješenje se traži. Još mjerenja treba učitati i koristiti za računanje još jedne harmonijske funkcije,
- 1) «T» treba odrediti parametre.

T T F – logičke varijable koje definiraju vrstu izlaza predikcije:

- 1) «T» ako predikciju treba izvršiti u pravilnom rasteru,
- 2) «T» ako treba računati pogrešku predikcije,
- 3) «T» ako se uspoređuju mjerene i predicirane vrijednosti.

45.0 46.5 15.5 17.5 0.25 0.25 1 5 0.0 F T F - specifikacija mreže za koju se računa model geoida:

- 1) minimalna geodetska širina,
- 2) maksimalna geodetska širina,
- 3) minimalna geodetska duljina,
- 4) maksimalna geodetska duljina,
- 5) veličina razmaka mreže po širini,
- 6) veličina razmaka mreže po duljini,
- 7) vrsta mjerenih veličina, 1 – visinske anomalije, 2 – anomalije ubrzanje sile teže, 3 – meridijanska komponenta otklona vertikala, 4 – komponenta otklona vertikala u prvom vertikalu, 5 – par komponenti otklona vertikala,
- 8) koordinatni sustav, «5» – GRS 1980,
- 9) visine točaka u izlaznom rasteru,
- 10) iscrtavanje jednostavne karte,
- 11) izlaz na jedinicu 17,
- 12) izlazak srednjih vrijednosti.

PREDICT.OUT - ime datoteke s prediciranim veličinama undulacija geoida i procjenom kvalitete.

T – završetak programa.

Datoteka s ulaznim parametrima može imati više oblika koji ovise o korištenim ulaznim podacima, traženim računanjima i izlaznim podacima.

6.3 Opis ulaznih datoteka

Svi nazivi datoteka mogu imati do osam znakova, decimalnu točku i nastavka do tri znaka prema DOS standardu. Slijede ispisi datoteke s ulaznim parametrima i datoteka s ulaznim mjerenim veličinama.

Primjer datoteke s ulaznim parametrima

Parametri GEOCOL programa se mogu zadavati interaktivno u toku izvođenja programa ili pomoću datoteke s ulaznim podacima. Treba zadati cijeli niz konstanti, naziva datoteka i logičkih varijabli pri čemu se lako napravi pogreška. Zbog toga se preporuča zadavanje ulaznih parametara pomoću ulazne datoteke. Izgled ulazne datoteke se razlikuje ovisno o

ulaznim podacima, načinu obrade i željenim izlaznim podacima. Primjer izgleda ulazne datoteke (inpjob.txt) prilagođen vježbama ima oblik

```
F
F T F F F F T
T F F F F
RESTART
NORM.BIN
5
EGM96
3.986005E+14 6378137.0 -484.165372 360 F F T F
(2I4,2E20.13)
EGM96
2
4
-6.061 162.03 360 T F F F
 1 2 3 3 4 5 0 2 5 350.0 T F F T F F T F F T
anomali.in
25
anomali.out
6.0
5.0
F F
 1 2 3 3 4 5 0 1 5 350.0 T F F T F F T F F T
gps.in
26
gps.out
0.1
0.03
F F
 1 2 3 3 4 5 6 5 5 350.0 T F F f F F T F F T
otkloni.in
26
otkloni.out
1.0
T F
F F
T T F
45.0 46.5 15.5 17.5 0.25 0.25 1 5 0.0 F T F
PREDICT.OUT
T
```

U ovom primjeru je zadano modeliranje geoida (izlazne veličine su u pravilnom polju točaka predicirane undulacije) s ulaznim veličinama: anomalijama. GPS/nivelmanskim undulacijama i komponentama otklona vertikala.

Ulazna datoteka GPS/nivelmanskih undulacija

Početak i kraj datoteke s GPS/nivelmanskim undulacijama (gps.in) koja se navodi u ulaznoj datoteci (inpjob.txt) ima oblik

```
 1 45.593490 17.105580 185.157 45.001
 2 45.578810 15.575060 223.546 45.437
   ***
40 46.107640 17.035550 131.460 44.686
41 45.363370 16.120560 108.970 45.443
```

U prvom stupcu su nazivi točaka, u drugom geodetska širina [°], u trećem geodetska duljina [°], u četvrtom visina točke [m] i u petom GPS/nivelmanske undulacije umanjene za RTM-undulacije [m].

Ulazna datoteka anomalija ubrzanja sile teže

Početak i kraj datoteke s anomalijama (anomali.in) koja se navodi u ulaznoj datoteci (inpjob.txt) ima oblik

```

1 46.99306 17.02750 147.82 13.01
2 46.97278 17.93556 114.88 42.60
***
1490 44.75072 17.27473 172.81 55.79
1491 44.75002 17.38513 221.41 57.08

```

U prvom stupcu su nazivi točaka, u drugom geodetska širina [°], u trećem geodetska duljina [°], u četvrtom visina točke [m] i u petom anomalije ubrzanja sile teže umanjene za RTM-anomalije [mGal].

Ulazna datoteka komponenti otklona vertikalna

Početak i kraj datoteke s komponentama otklona vertikalna (otkloni.in) koja se navodi u ulaznoj datoteci (inpjob.txt) ima oblik

```

5 46.495190 15.795040 470.88 -1.641 6.344 0.5 0.4
6 46.494450 15.487080 1367.93 -4.796 7.193 0.5 0.4
***
150 44.794520 15.748240 1649.00 -.227 2.550 0.5 0.4
151 44.770720 15.418130 601.00 -8.560 -5.528 0.5 0.4

```

U prvom stupcu su nazivi točaka, u drugom geodetska širina [°], u trećem geodetska duljina [°], u četvrtom visina točke [m], u petom meridijanka komponenta otklona vertikalna umanjene za RTM utjecaj ["], u šestom komponenta otklona vertikalna u prvom vertikalnu umanjene za RTM utjecaj ["], u sedmom i osmom je procjena kvalitete komponenti otklona vertikalna ["].

Ulazna datoteke GPM-a

Početak i kraj datoteka (EGM96) s koeficijentima globalnog geopotencijalnog modela koja se navodi u ulaznoj datoteci (inpjob.txt) ima oblik

```

l m C S σC σS
2 0 -0.484165371736E-03 0.000000000000E+00 0.35610635E-10 0.00000000E+00
2 1 -0.186987635955E-09 0.119528012031E-08 0.10000000E-29 0.10000000E-29
2 2 0.243914352398E-05 -0.140016683654E-05 0.53739154E-10 0.54353269E-10
***
360 358 0.709604781531E-10 0.691761006753E-10 0.50033977E-10 0.50033977E-10
360 359 0.183971631467E-10 -0.310123632209E-10 0.50033977E-10 0.50033977E-10
360 360 -0.447516389678E-24 -0.830224945525E-10 0.50033977E-10 0.50033977E-10

```

6.3 Izlazni podaci

Prilikom izvođenja GEOCOL programa ispisuje se cijeli niz podataka na monitoru računala, a rezultati se pohranjuju u datotekama. U nastavku je dan pregled izlaznih podataka.

Pregled izlaznih podataka na monitoru

Zbog brzog izlistavanja podataka prilikom izvođenja programa GEOCOL na monitoru računala teško ih je interaktivno pratiti te je ovdje dan njihov pregled.

```
GEODETIC COLLOCATION, VERSION 1 FEB 1994, RELEASE 8c (UNIX)
Tue Feb 12 15:39:23 2002□□□□□□□□
```

```
NOTE THAT THE FUNCTIONALS ARE IN SPHERICAL APPROXIMATION
MEAN RADIUS = RE = 6371 KM AND MEAN GRAVITY 981 KGAL USED.
MAX NUMBER OF OBS= 5600, MAX NUMBER OF PARAMETERS=239
MAX NUMBER OF OBS IN GIVEN REF. FRAME =5600
SIZE OF NORMAL EQ. BLOCKS=79600, SIZE OF POT.COFF. BLOCK= 130322
INTERACTIVE INPUT (T/F)
NAME OF RESTART FILE=RESTART
NAME OF FILE HOLDING NORMAL EQUATIONS=NORM
```

REFERENCE SYSTEM:

GRS1980.

```
A = 6378137.00 M
1/F = 298.2572204
GM= .3986005000E+15
REF.GRAVITY AT EQUATOR = 978032.6772 MGAL
POTENTIAL AT REF.ELL. = 62636860.8504 M**2/SEC**2
```

SOURCE OF THE POTENTIAL COEFFICIENTS USED:
EGM96

```
GM          A          COFF(5)  MAX.DEGREE
.39860050E+15 6378137.0 -484.1654 360
NAME OF FILE HOLDING COEFFICIENTS: EGM96
COEFFICIENTS UP TO N=5
 2  0  -.484165372E-03  .000000000E+00
 2  1  -.186987636E-09  .119528012E-08
 2  2  .243914352E-05   -.140016684E-05
 3  0  .957254174E-06   .000000000E+00
 3  1  .202998882E-05   .248513159E-06
 3  2  .904627769E-06   -.619025944E-06
 3  3  .721072657E-06   .141435627E-05
 4  0  .539873864E-06   .000000000E+00
 4  1  -.536321617E-06  -.473440266E-06
 4  2  .350694106E-06   .662671573E-06
 4  3  .990771804E-06   -.200928369E-06
 4  4  -.188560803E-06  .308853169E-06
```

START OF COLLOCATION I:

THE MODEL ANOMALY DEGREE-VARIANCES ARE EQUAL TO

A*(I-1)
 /((I-2)*(I+ 4)).
 360 DEGREE-VARIANCES EQUAL TO ZERO

RATIO R/RE = .999049
 DEPTH TO BJERHAMMAR SPHERE (R-RE) = -6061.00 M
 VARIANCE OF POINT GRAVITY ANOMALIES = 162.03 MGAL**2
 THE FACTOR A, DIVEDDED BY RE**2 IS = 425.29 MGAL**2

OBSERVATIONS:

DATA INPUT FROM UNIT 25, FILE=anomali.in

SIMULTANEOUS OUTPUT TO FILE: anomali.out

SYSTEM USED:

GRS1980.

NO	LATITUDE DEGREES	LONGITUDE DEGREES	H M	DELTA G (MGAL)	ST.DEV.=
					12.25922
		TRA	POT	POT-TRA	
OBS	DIF	ERR			
	1	46.993060	17.027500	147.8	
13.01	-6.82	5.00	.000 19.835	19.835	
	2	46.972780	17.935560	114.9	
42.60	7.19	5.00	.000 35.413	35.413	

	1490	44.750720	17.274730	172.8	
55.79	22.04	5.00	.000 33.745	33.745	
	1491	44.750020	17.385130	221.4	
57.08	24.81	5.00	.000 32.274	32.274	
	-1				

COMPARISON OF PREDICTIONS AND OBSERVATIONS

GRAVITY ANOMALIES

NUMBER: 1491

	OBSERVATIONS	PREDICTIONS	DIFFERENCE
MEAN	36.46	23.77	12.70
ST.DEV.	16.55	9.11	12.77

DISTRIBUTION OF DIFFERENCES, UNITS: 6.00

0 0 0 0 0 0 2 19 21 71183303311289143 66 28 19 2 27 6 1
 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 OUTSIDE

DATA INPUT FROM UNIT 26, FILE=gps.in

SIMULTANEOUS OUTPUT TO FILE: gps.out

NO	LATITUDE DEGREES	LONGITUDE DEGREES	H M	ZETA (M)	ST.DEV.=
					.14844
		TRA	POT	POT-TRA	
OBS	DIF	ERR			
	1	45.593490	17.105580	185.2	
45.00	-1.25	.03	.000 46.248	46.248	

LONGITUDE COMPONENT OF DEFLECTION OF THE VERTICAL (ETA)
 NUMBER: 91

	OBSERVATIONS	PREDICTIONS	DIFFERENCE
MEAN	1.84	1.32	.52
ST.DEV.	2.73	1.62	2.12

DISTRIBUTION OF DIFFERENCES, UNITS: 1.00
 0 0 0 0 0 1 2 3 9 18 12 19 6 12 7 2 0 0 0 0 0 0
 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 OUTSIDE

19 RECORDS USED FOR NORMAL EQUATIONS.

*** WARNING *** CURRENT OBS 1306 MAY BE IDENTICAL TO OBS NO1304

SOLUTIONS TO NORMAL EQUATIONS:

-.345055242E-01	.683632910E-01	.709560898E-02	.377182930E-01
-.754906400E-02	-.108712633E+00	-.642475796E-01	.195626330E+00
.601646540E-01	-.182115582E+00	-.151221022E+00	-.726180255E-01

.901477998E+01	-.201511128E+01	-.186877456E+01	-.158700530E+01
.233169793E+01	.788964897E+01	-.313581667E+00	-.645994182E+01
-.165597996E+01	.917080679E+00	.276809946E+01	.180595723E+02
-.488365660E+01	-.372283095E+01		

NUMBER OF EQUATIONS =1714
 NORMALIZED SQUARE-SUM OF OBSERVATIONS = .671191E+04
 NORMALIZED DIFFERENCE BETWEEN SQUARE-SUM OF
 OBSERVATIONS AND NORM OF APPROXIMATION = -.663162E+05

PREDICTIONS: <

GRID CONSIST OF 7 * 9 POINTS

SIMULTANEOUS OUTPUT TO FILE: PREDICT.OUT

NO	LATITUDE DEGREES	LONGITUDE DEGREES		H M	ZETA (M)	
		TRA	POT		PRED	PRED-TRA
ERR					ST.DEV.=	.15264
.02	1	46.500000	15.500000			
		.000	47.653	.104	47.757	47.757
.02	2	46.500000	15.750000			
		.000	47.246	.010	47.256	47.256

.02	62	45.000000	17.250000			
		.000	46.824	-.026	46.798	46.798
.02	63	45.000000	17.500000			
		.000	46.781	-.007	46.774	46.774

GEOCOL TERMINATED AT:
 Tue Feb 12 15:43:02 2002

Stop - Program terminated.

Izlazna datoteka GPS/nivelmanskih undulacija

Početak i kraj datoteke s izlaznim podacima za točke s GPS/nivelmanskim undulacijama (gps.out) ima oblik

```
-1  2  3  3  4  5  0 -1  5  350.00 F F F F F F F F F F
      1  45.593490  17.105580  185.157 -1.247  .030 F
      2  45.578810  15.575060  223.546 -1.378  .030 F
                                     ***
      40  46.107640  17.035550  131.460 -1.167  .030 F
      41  45.363370  16.120560  108.970 -1.171  .030 F
F T
```

U prvom i zadnjem redu datoteke su zadani parametri obrade GPS/nivelmanskih undulacija. U prvom stupcu podataka su nazivi točaka, u drugom geodetske širine [°], u trećem geodetske duljine [°], u četvrtom visine točaka [m] u petom GPS/nivelmanske undulacije umanjene za undulacije globalnog geopotencijalnog modela i za RTM-undulacije oduzete (*remove*) prije izvođenja programa [m] i u šestom stupcu standardna odstupanja [m] koja su zadana u ulaznim parametrima. Podaci u petom stupcu su GPS/nivelmanske undulacije u srednjevalnom dijelu polja ubrzanja sile teže koje je GEOCOL tretirao kao ulazne (mjerene) veličine.

Izlazna datoteka anomalija ubrzanja sile teže

Početak i kraj datoteke s izlaznim podacima za točke s anomalijama (anomali.out) ima oblik

```
-1  2  3  3  4  5  0 -2  5  350.00 F F F F F F F F F F
      1  46.993060  17.027500  147.820 -6.825  5.000 F
      2  46.972780  17.935560  114.880  7.187  5.000 F
                                     ***
      1490  44.750720  17.274730  172.810  22.045  5.000 F
      1491  44.750020  17.385130  221.410  24.806  5.000 F
F T
```

U prvom i zadnjem redu datoteke su zadani parametri obrade anomalija ubrzanja sile teže. U prvom stupcu podataka su nazivi točaka, u drugom geodetske širine [°], u trećem geodetske duljine [°], u četvrtom visine točaka [m], u petom anomalije ubrzanja sile teže umanjene za anomalije globalnog geopotencijalnog modela i za RTM-anomalije oduzete (*remove*) prije izvođenja programa [mGal] i u šestom stupcu standardna odstupanja [mGal] koja su zadana u ulaznim parametrima.

Podaci u petom stupcu su anomalije u srednjevalnom dijelu polja ubrzanja sile teže koje je GEOCOL tretirao kao ulazne (mjerene) veličine.

Izlazna datoteka komponenti otklona vertikalna

Početak i kraj datoteke s izlaznim podacima za točke s komponentama otklona vertikalna (otkloni.out) ima oblik

```

-1  2  3  3  4  5  6  -5  5  350.00 F F F F F F F F F F
      5  46.495190  15.795040  470.880  .085  1.590  .500
.400 F
      6  46.494450  15.487080  1367.930  -2.611  3.561  .500
.400 F
                                     ***
      142  44.969390  15.062200  488.900  .578  -2.121  .500
.400 F
      143  44.917930  15.600240  560.440  .370  1.582  .5

```

U prvom redu datoteke su zadani parametri obrade komponenti otklona vertikalna. U prvom stupcu podataka su nazivi točaka, u drugom geodetske širine [°], u trećem geodetske duljine [°], u četvrtom visine točaka [m], u petom meridijanke komponente otklona vertikalna umanjene za dugovalni iznos globalnog geopotencijalnog modela i za RTM-utjecaj oduzet (*remove*) prije izvođenja programa ["], u šestom komponente otklona vertikalna u prvom vertikalnu umanjene za dugovalni iznos globalnog geopotencijalnog modela i za RTM-utjecaj oduzet (*remove*) prije izvođenja programa ["], u sedmom i osmom su pripadajuće procjene kvalitete ulaznih veličina ["].

Podaci u petom i šestom stupcu su komponente otklona vertikalna u srednjevalnom dijelu polja ubrzanja sile teže koje je GEOCOL tretirao kao ulazne (mjerene) veličine.

Izlazna datoteka RESTART

Sadržaj izlazne RESTART datoteke ima oblik

```

F
  F T F F F F F
NORM.BIN
  5
EGM96
  .39860050E+15  6378137.0 -484.1654 360 F F T F
(2I4,2E20.13)
EGM96
  2
  4  0
-6.06100 162.03 360 T F F F

```

RESTART datoteka se koristi samo u slučajevima ponovnog izvođenja programa kada se učitavaju normalne jednadžbe iz prethodnog modeliranja. Ona nije važna za vježbe te neće biti detaljnije opisana.

Izlazna datoteka prediciranih veličina

Izlazna datoteka s prediciranim undulacijama geoida i njihovom procjenom kvalitete (PREDICT.OUT) ima oblik

```

      1  46.500000  15.500000  .0  47.757  .021
      2  46.500000  15.750000  .0  47.256  .019
                                     ***
      62  45.000000  17.250000  .0  46.798  .020
      63  45.000000  17.500000  .0  46.774  .021

```

Ovo je datoteka koja sadrži najvažnije rezultate modeliranja. U prvom stupcu su nazivi točaka, u drugom geodetske širine [°], u trećem geodetske duljine [°], u četvrtom visine točaka [m], u petom predviđene undulacije geoida [m] na koje je *restor* postupkom vraćen dugovalni dio GPM-a i u šestom stupcu su standardne devijacije predviđenih undulacija [m]. Točke predviđene su raspoređene u pravilnom polju točaka koje je definirano ulaznim parametrima.

NAPOMENA: Dobivene undulacije ne sadrže kratkovalni RTM dio. Njega treba posebnom obradom vratiti (*restor*) jednostavnim zbrajanjem na ove veličine. Na osnovu datoteka modela reljefa i prema postupcima iz prethodnog zadatka treba izračunati utjecaj RTM-a na undulacije geoida za pravilno polje točaka za koje su predviđene undulacije GEOCOL programom. Undulacijama geoida iz ove datoteke treba algebarski zbrojiti kratkovalni RTM utjecaj. Prilikom ovog *restor* postupka treba paziti da se RTM-undulacije računaju za iste točke za koje je GEOCOL predviđao vrijednosti.

7. Zaključak

Modeliranje geoida je rješavanje problema oblika Zemlje, a to je osnovni zadatak geodezije. Kolokacija po metodi najmanjih kvadrata omogućuje modeliranje raznovrsnih ulaznih veličina u jedinstvenom modelu. Pri tome se ulazne veličine izražavaju kao linearni funkcionali poremećajnog potencijala. Zbog toga se modelira samo kovarijanc funkcija za poremećajni potencijal. Primjenom *remove-restore* postupka se dugovalni i kratkovalni dio polja ubrzanja sile teže odstranjuju iz ulaznih veličina i modeliranje provodi samo s veličinama koje sadrže srednjevalni dio polja ubrzanja sile teže, a nakon modeliranja se na modelirani srednjevalni dio vraćaju (*restore*) dugovalni i kratkovalni dijelovi polja ubrzanja sile teže. Na taj način se modelira manji signal koji bolje odgovara uvjetima linearnosti.

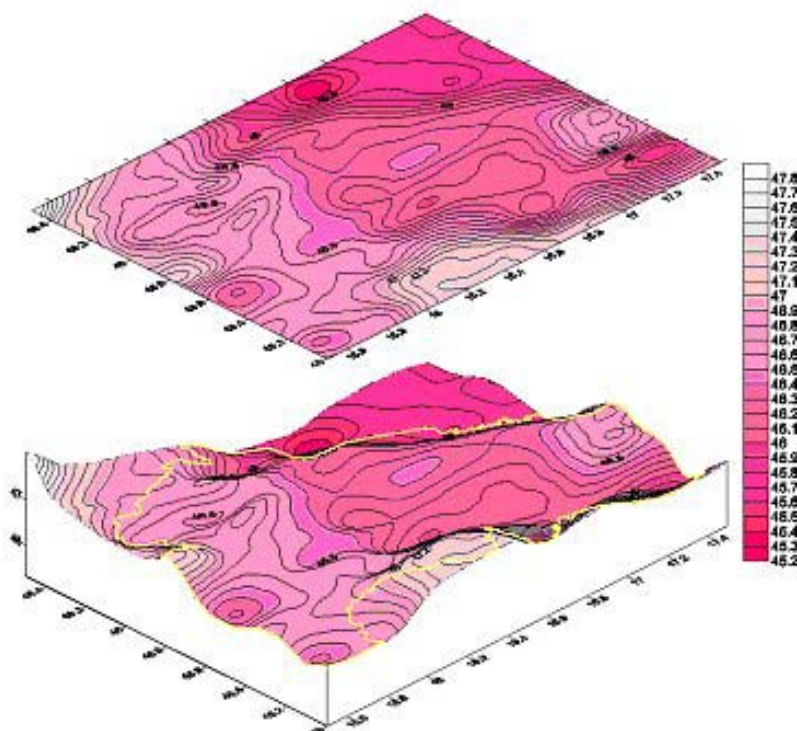
Prilikom računanja se koristi program GEOCOL. On je u stručnim krugovima u širokoj primjeni prilikom modeliranja polja ubrzanja sile teže. Korišten je za modeliranje mnogih lokalnih i regionalnih polja ubrzanja sile teže širom svijeta. Reference o primjeni programa GEOCOL se mogu naći u mnogim znanstvenim i stručnim publikacijama i člancima. GEOCOL se koristi za školovanje u ljetnim školama International Association of Geodesy što govori o njegovom značaju i kvaliteti. GEOCOL predstavlja nezaobilaznu pojavu koja je obilježila razvoj područja matematičkih i statističkih metoda fizikalne geodezije.

Primjenom raznovrsnih ulaznih veličina (anomalije, GPS/nivelmanske undulacija,...) se dobivaju različiti modeli geoida (v. tablicu 1).

Tablica 1. Modeli geoida s obzirom na ulazne veličine: anomalije ubrzanja sile teže, otklone vertikalna i GPS/nivelmanske undulacije

Ulazne veličine	Geoid
anomalije	gravimetrijski
otkloni vertikalna	astrogeodetski
GPS/nivelmanske undulacije	GPS/nivelmanski
anomalije i GPS/nivelmanske undulacije	gravimetrijsko - GPS/nivelmanski
otkloni vertikalna i GPS/nivelmanske undulacije	astrogeodetsko - GPS/nivelmanski
anomalije i otkloni vertikalna	gravimetrijsko - astrogeodetsko
anomalije, otkloni vertikalna i GPS/nivelmanske undulacije	gravimetrijsko - astrogeodetsko - GPS/nivelmanski

Na slici 1 je primjer gravimetrijsko-astronomsko-GPS/nivelmanskog modela geoida na testnom području (Hećimović 2000).



Slika 1. Gravimetrijsko-astronomsko-GPS/nivelmanski model geoida na testnom području.

Literatura

- Hećimović, Ž. (2000): Modeliranje referentne plohe visinskih sustava. Sveučilište u Zagrebu Geodetski fakultet. Doktorska disertacija. Zagreb 2000.
- Krarup, T. (1969): A contribution to the mathematical foundation of physical geodesy. Danish Geodetic Institute, Report No. 44, Kobenhaven 1969.
- Moritz, H. (1973): Least squares collocation. DGK, A 73, Muenchen.

Moritz, H. (1980): Advanced physical geodesy. mWichmann, Karlsruhe.

Tscherning (1974): A Fortran Program for the Determination of the Anomalous Potential Using Stepwise Last Squares Collocation. OSU Repotr No. 212, 1974.